Macroeconomia II - Gabarito da Lista 1

Professor: Fernando Barros Jr
Monitor: Marcos Ribeiro

1. Suponha que você vá receber de uma empresa dividendos anuais no valor de R$ 125,00 nos próximos 15 anos.

(a) O primeiro passo para resolver a questão é converter a taxa de juros mensal para anual. Para converter utilizamos $i_{aa} = (1 + i_{am})^{12} - 1$. Uma vez que temos taxa de juros e fluxo de pagamentos constantes podemos utilizar a seguinte Equação para calcular o valor presente desse fluxo de pagamentos.

$$v_t = z\left[\frac{1-(1/(1+i)^n)}{1-1/(1+i)}\right] \tag{1}$$

Ao substituir os dados da questão ($i_{aa} = 0,061678$, $n = 15$, e $z = 125$) nessa última Equação encontramos $v = 1274,895$.

(b) Se o fluxo de pagamentos for perpétuo o valor presente é dado por $v_t = z/i$. Logo, o resultado será $v = 2258,081$.

(c) Se o fluxo de pagamentos for perpétuo e houver crescimento da perpetuidade o valor presente é dado por $v_t = z/(i - c)$. Logo, o resultado será $v = 2482,289$.

(d) Para refazer os itens anteriores em valores reais basta converter a taxa de juros nominal para real.

2. (b) Da TQM temos:

$$MV = PY \tag{2}$$

Sendo que:
M: estoque de moeda
V: velocidade de circulação de moeda
P: Nível de Preços
Y: Renda Real

Da Equação de Fisher temos que:

$$r = i - \pi \tag{3}$$

Sendo que:
r: taxa de juros real
i: taxa de juros nominal
π: inflação

Pela TQM temos que um aumento de 1% no estoque de moeda (M) aumenta em 1% o nível de preços (inflação). Da Equação de Fisher temos que um aumento de 1% na taxa de inflação provoca um aumento de 1% na taxa de juros nominal (note que $i = r + \pi$). Logo, um aumento de 1% no estoque de moeda (M) não altera a taxa de juros real uma vez que altera a taxa de juros nominal na mesma proporção.

6. Do enunciado da questão temos que:

$$V(c_0, c_1, c_2, \cdots, c_T) = \sum_{t=0}^{T} \beta^t U(c_t), \tag{4}$$

Onde c_t é a quantidade de água consumida, β é um fator de desconto intertemporal e a utilidade é logarítmica: $U(c) = \ln(c)$. Destaca-se também que a quantidade de água na garrafa no próximo período é a quantidade que tem hoje menos a quantidade consumida hoje, ou seja:

$$k_{t+1} = k_t - c_t, \tag{5}$$

A quantidade de água consumida é não negativa em todo período, logo $k_t \geq 0$ e ao final do período T não sobrará mais água, ou seja $k_{T+1} = 0$. Dito isto, o problema pode ser escrito como:

$$\text{Max} \sum_{t=0}^{T} \beta^t U(c_t), \tag{6}$$

sujeito a

$$c_0 + c_1 + \cdots + c_T = k_0,$$

Considerando a Equação (5), podemos escrever o consumo de outros períodos $t-1$, t, $t+1$ da seguinte maneira:

$$c_{t-1} = k_{t-1} - k_t$$
$$c_t = k_t - k_{t+1}$$
$$c_{t+1} = k_{t+1} - k_{t+2}$$

Substituindo essas expressões na Equação 6 temos:

$$U(k_0 - k_1) + \beta U(k_1 - k_2) \cdots \beta^{t-1} U(k_{t-1} - k_t) + \beta^t U(k_t - k_{t+1}) + \beta^{t+1} U(k_{t+1} - k_{t+2}) + \cdots \tag{7}$$

Vamos derivar a Equação (7) em relação a k_t:

$$-\beta^{t-1} U'(k_{t-1} - k_t) + \beta^t U'(k_t - k_{t+1}) = 0, \tag{8}$$

Podemos reorganizar essa expressão para encontrar a Equação de Euler:

$$U'(c_t) = \beta U'(c_{t+1}), \tag{9}$$

Sabemos que a utilidade é logarítmica, logo podemos reescrever a Equação 9 como:

$$\frac{1}{c_t} = \frac{\beta}{c_{t+1}},$$

Que pode ser escrito como:

$$c_t = \frac{c_{t+1}}{\beta} \tag{10}$$

Vamos resolver esse problema de trás pra frente. Sabemos que no período T você bebeu toda a água e não deixou nada para o período $T+1$, ou seja, $c_T = k_T$. Logo, podemos escrever a Equação 10 como:

$$c_{T-1} = \frac{c_T}{\beta} = \frac{k_T}{\beta}, \tag{11}$$

Agora vamos substituir a restrição orçamentária ($k_T = k_{T-1} - c_{T-1}$) nessa última Equação:

$$c_{T-1} = \frac{1}{\beta}(k_{T-1} - c_{T-1}),$$

Ao resolvermos para c_{T-1} temos:

$$c_{T-1} = \left(\frac{1}{1+\beta}\right) k_{T-1}, \tag{12}$$

Análogo a Equação (11) podemos escrever c_{T-2} como:

$$c_{T-2} = \frac{c_{T-1}}{\beta},$$

Agora vamos substituir c_{T-1} nessa última Equação pela Equação (12):

$$c_{T-2} = \left(\frac{1}{\beta+\beta^2}\right) k_{T-1},$$

O próximo passo é substituir a restrição orçamentária ($k_{T-1} = k_{T-2} - c_{T-2}$) nessa ú ltimaEquação e resolver para c_{T-2}:

$$c_{T-2} = \left(\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\right) k_{T-2}, \tag{13}$$

Se repetirmos esse processo T vezes chegaremos a seguinte solução:

$$c_{T-T} = \left(\frac{1}{1+\beta+\beta^2+\beta^3+\cdots+\beta^T}\right) k_{T-T},$$

O denominador dessa expressão é a soma de uma PG finita.

$$\sum_{t=0}^{T} \beta^t = \frac{1-\beta^{T+1}}{1-\beta}, \tag{14}$$

Logo, podemos reescrever c_{T-T} como:

$$c_0 = \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}}\right) k_0. \tag{15}$$

Sugestões

As soluções das questões 5 e 7 podem ser vistas na página do professor.